

Conhecimentos de Professores de Matemática Sobre as Medidas de Tendência Central Para o Ensino na Educação Básica

Knowledge of Math Teachers on Central Tendency Measures for Teaching in Primary School

Tiago Augusto dos Santos Alves^a; Ruy César Pietropaolo^{ab}

^aUniversidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação Matemática. SP, Brasil.

^bUniversidade Anhanguera Uniderp, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. MS, Brasil.

*E-mail: ruy.pietropaolo@anhanguera.com

Resumo

Este artigo tem o propósito de analisar conhecimentos para o ensino de medidas de tendência central evidenciados por 12 professores participantes de um processo formativo. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, cujos dados foram coletados por meio de um questionário. Utilizou-se como marco teórico a categorização proposta por Ball, Thames e Phelps (2008). A análise dos resultados mostrou evidências de que a maioria dos participantes dominava os procedimentos de cálculo das medidas solicitadas. Todavia, percebeu-se que os professores não apresentaram argumentações que levassem em conta a relação entre essas medidas para a tomada de decisão solicitada na situação-problema. A maioria dos participantes respondeu à situação apoiando-se na análise dos valores das medidas de forma isolada; mesmo aqueles que tentaram relacionar os valores da média, moda e mediana entre si não consideraram um espectro mais amplo. Tais resultados possibilitaram traçar um plano inicial para o processo formativo.

Palavras-chave: Formação de Professores. Conhecimento Profissional Docente. Ensino de Estatística. Medidas de Tendência Central.

Abstract

This paper aims to analyse the knowledge for teaching central tendency measures presented by twelve teachers participating in a formative process. It is a qualitative research with data obtained through questionnaires. The theoretical landmark is the categorization proposed by Ball, Thames, & Phelps (2008). Analysis of results shows evidence that most participants understood calculation procedures for the requested measures. However, it was noticed that teachers did not present good arguments regarding the relation between these measures and decision-taking requested for a particular problem. Most participants answered to the problem based on the analysis of measures' values isolated from each other; even those who attempted to build relations between mean, mode, and median among themselves did not consider a wider spectrum. These results facilitate production of a preliminary plan for a formative process.

Keywords: Teachers' Formation. Teachers' Professional Knowledge. Statistics' Teaching. Central Tendency Measures.

1 Introdução

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa vinculada ao Projeto de Pesquisa do Observatório da Educação, nº 19.378, edital CAPES nº 049/2012, intitulado Investigações sobre o Processo de Ensino e de Aprendizagem de Conceitos concernentes à Probabilidade e Estatística, sob coordenação do Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo, da Universidade Anhanguera de São Paulo.

O propósito deste estudo foi analisar os conhecimentos dos professores de Matemática da Educação Básica para o ensino de Medidas de Tendência Central em um contexto de formação continuada. Esse procedimento permitiu-nos planejar as sessões do processo formativo. Para análise dos resultados deste trabalho, apoiamos-nos na categorização proposta por Ball, Thames e Phelps (2008) acerca dos conhecimentos profissionais docentes e em pesquisas relacionadas ao tema Medidas de Tendência Central.

Para expor este estudo inicialmente, mostramos sua relevância e indicamos a fundamentação utilizada tanto para elaboração dos instrumentos de coleta de dados como para

a sua análise. Em seguida, descrevemos os procedimentos utilizados, discutimos e analisamos as informações coletadas e tecemos nossas considerações finais.

2 Relevância e Fundamentação

Há vinte anos, os parâmetros Curriculares Nacionais já alertavam quanto à importância de se incluir o ensino de Estatística na Educação Básica:

... a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc. (Brasil, 1998, p.27)

Esse aspecto é reforçado nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (2006), as quais chamam a atenção para a importância da compreensão das medidas de tendência central pelos alunos, de modo que sejam capazes de interpretar dados estatísticos.

Recentemente, o ensino de probabilidade e estatística

foi novamente tema de discussão no Brasil: a Base Nacional Comum Curricular – BNCC¹ para a Educação Básica, documento que orientará a elaboração dos currículos estaduais e municipais, atualmente, indicando as “aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades” do Ensino Fundamental. Neste documento, essa temática é proposta para todos os anos de escolaridade do aluno que cursará a Educação Básica. Assim, é possível afirmar que há mais de 20 anos documentos curriculares nacionais brasileiros reconhecem a relevância de se discutir questões sobre estatística com alunos da Educação Básica.

Entretanto, resultados obtidos a partir do levantamento de Relatórios Pedagógicos da Prova do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) mostram índices desfavoráveis quanto ao aprendizado de alunos acerca da temática aqui discutida. Isso ocorreu, por exemplo, na Prova do SARESP do ano de 2012. Nela, foi proposta uma questão em que se solicitava a determinação dos valores da média, moda e mediana de um conjunto de dados discretos. Contudo, o Relatório Pedagógico do SARESP (2012) indica que tão somente 33,6% dos alunos a resolveram corretamente.

Aliado a isso, estudos realizados em relação à interpretação e análise de dados mostram-se preocupantes. Stella (2004), por exemplo, ao realizar uma pesquisa com sete alunas do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de São Paulo/Brasil, verificou que, apesar de terem resolvido corretamente os exercícios de média aritmética, não havia um domínio pleno sobre a conceituação dessa medida e de seus significados, mas apenas uma memorização do procedimento de cálculo. A autora, com base em seus resultados, sugere ainda que dependendo do tipo de questão, os estudantes interpretam média como moda e/ou mediana, e, além disso, não estão acostumados a distinguir as diferentes medidas de tendência central ou estabelecer qual a melhor medida a ser utilizada.

Em relação ao conhecimento do professor, Carvalho (2011) apontou, com base em estudos de Melo (2010), Magina, Carzola, Gitirana & Guimarães (2008), uma limitação conceitual da média por partes desses profissionais brasileiros.

Em estudos mais recentes, limitações como essas ainda são verificadas. Por exemplo, Batanero, Díaz, Contreras & Roa (2013) em suas investigações destacaram o modo como se encontra o ensino de Estatística nas escolas, sendo que muitos alunos se formam sem que compreendam suas características e tão pouco saibam aplicá-las, resultado de um ensino sem sentido.

Como esta pesquisa é voltada para a formação continuada do professor de Matemática, para a análise dos dados obtidos,

apoiamo-nos nas categorias do Conhecimento do Conteúdo definidas por Ball, Thames & Phelps (2008), sobretudo do Conhecimento Comum do Conteúdo e do Conhecimento Especializado do Conteúdo.

O Conhecimento Comum do Conteúdo, que é o conhecimento esperado por qualquer adulto educado, é imprescindível à atuação do professor. No caso das medidas de tendência central implica, por exemplo, em saber realizar cálculos da moda, média e mediana, bem como de problemas matemáticos envolvendo esse conteúdo.

Em relação ao Conhecimento Especializado do Conteúdo, Ball, Thames e Phelps (2008) o definem como aqueles saberes mais aprofundados sobre o conteúdo e que servirão de base para a prática de ensino do professor. Esses autores consideram que esse tipo de conhecimento está “estritamente relacionado com a prática do professor, mas não se confunde com o conhecimento pedagógico do conteúdo. Trata-se de conhecimento matemático que não é necessariamente familiar a outros profissionais que estudaram e utilizam matemática.

Para estes autores, Conhecimento do Conteúdo Especializado é inerente às “tarefas comuns de ensino” (Ball *et al.*, 2008, p.398) como, por exemplo, habilidades que lhes favoreçam apresentar conceitos matemáticos, procurar bons exemplos, avaliar e adaptar o conteúdo apresentado nos livros, analisar e avaliar os argumentos dos estudantes. Dessa forma, neste estudo, consideramos que, em relação ao ensino dos valores de tendência central, o professor necessita estabelecer relações entre essas medidas, a fim de justificar matematicamente as escolhas dadas pelos seus estudantes.

3 Procedimentos Metodológicos

A presente pesquisa científica é de natureza qualitativa e, para planejar as sessões de formação que seriam propostas ao grupo de professores participantes desta investigação, fez-se necessário o levantamento do perfil e do conhecimento profissional destes integrantes acerca da temática Medidas de Tendência Central. Diante disso, tivemos a possibilidade de determinar quais desses conhecimentos necessitavam ser aprimorados. Assim sendo, foi elaborado um questionário, de caráter diagnóstico, e aplicado aos participantes da formação antes de realizarmos a intervenção.

3.1 Caracterização dos professores participantes

Este estudo foi realizado com um grupo de doze professores, os quais foram referenciados pelas letras (A), (B), (C), ... e (L), a fim de garantir o sigilo de suas identidades. Todos os participantes deste estudo eram licenciados em Matemática com uma média da idade de 46 anos e lecionavam, também em média, há mais de 14 anos. Além disso, nove desses profissionais nos informaram que já lecionaram o conteúdo

¹ Segundo seus autores a BNCC é um documento que foi elaborado mediante amplo processo de debate e negociação com diferentes atores do campo educacional e com a sociedade brasileira em geral que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (Brasil, 2017).

aqui investigado em algum momento.

Além das questões por meio das quais procuramos identificar o perfil dos participantes, utilizamos outras para investigarmos, especificamente, os conhecimentos do conteúdo (comum e especializado). A fim de realizar um levantamento do conhecimento profissional dos professores acerca da temática medidas de tendência central foram propostas cinco questões, todavia neste artigo optamos por analisar somente uma delas, a qual será apresentada a seguir.

3.2 Questão analisada

Procuramos escolher uma questão por meio da qual pudessemos analisar os argumentos utilizados pelos participantes ao analisar valores representativos de média, mediana e moda em um contexto próximo a uma situação prática. (Figura 1)

Figura 1 - Questão proposta aos professores

Você está à procura de um emprego e buscou informações acerca da remuneração dos funcionários de três empresas. A seguir, encontram-se os salários, em reais, das empresas pesquisadas.			
Empresa	A	B	C
Salário Médio	2.500,00	2.000,00	1.700,00
Salário Mediano	1.600,00	1.900,00	1.700,00
Salário Modal	1.500,00	1.800,00	1.700,00
Considerando-se as informações apresentadas, qual dessas empresas você optaria? Justifique sua escolha.			

Fonte: Dados da pesquisa.

Assim, tínhamos como objetivo que cada um dos professores, utilizando-se de seus conhecimentos acerca do conteúdo, analisasse a situação, tomasse a decisão julgada mais adequada e argumentasse sobre sua escolha. Acreditávamos que para que os participantes respondessem à questão era preciso comparar as três medidas.

Esperávamos que isso consubstanciasse nosso levantamento de dados acerca dos conhecimentos que os participantes tinham sobre os significados e à inter-relação entre as medidas de tendência central. Importante ressaltar que, nessa situação-problema, não havia apenas uma resposta possível. Isso iria depender das justificativas apresentadas pelos docentes. Além disso, de acordo com a resolução apresentada pelos professores, nessa questão poderíamos observar Domínios do Conhecimento de Ball, Thames e Phelps (2008).

4 Análise e Discussão dos Dados

Na questão proposta, dos 12 participantes, somente um optou pela empresa A e os demais, pela empresa B. Em relação à Empresa A, o professor H justificou sua escolha a partir da análise de que ela possuía a maior média e citou o fato de que a mediana e a moda serem diferentes implica em uma variação maior dos salários entre os meses (Figura 2).

Figura 2 - Resolução do Professor H da questão proposta

*Escolheria a empresa A por conta da média.
Apesar da empresa A ter mediana e moda diferentes da média, dando a entender que há uma variação maior entre os meses, no final teríamos um valor médio maior entre as outras empresas.*

Fonte: Os autores.

O professor apontou como variação salarial entre os meses, o que nos indica que ele se equivocou ao analisar a situação por variação salarial em relação ao tempo, não em relação ao quadro de funcionários. Apesar desse equívoco, é possível perceber que o referido participante reconhece que a média é afetada por valores extremos, conforme propriedade apontada por Strauss e Bichler (1988), uma vez que o termo variação maior utilizado pelo participante poderia ser substituído por amplitude maior de valores dos dados. Entretanto, nota-se que o professor atribui maior relevância à média frente às outras medidas, uma vez que ele se baseou apenas nesse aspecto para optar pela companhia A.

Quanto à empresa B, de modo geral, as justificativas se basearam apenas no fato de que ela apresentava os maiores valores de mediana e moda (Figura 3). Um dos professores não justificou sua escolha. Observou-se, ainda, que alguns dos professores tomaram por base o fato de que as medidas dessa empresa se encontram próximas entre si.

Figura 3 - Resolução do Professor G da questão proposta

a moda e a mediana garantem que eu tenha melhor salário

Fonte: Os autores.

Importante ressaltar que quatro professores justificaram sua escolha pela empresa B tão somente por esta possuir o maior valor modal. Percebe-se que estes professores têm a concepção bem consolidada de que a moda se refere aos valores que aparecem mais vezes na sequência. Entretanto, eles não se atentaram ao fato de que isso, dependendo do contexto, poderia significar apenas dois valores dentre uma quantidade enorme de elementos que não se repetem em uma sequência.

Haja vista que esses professores não perceberam a importância das demais medidas no contexto apresentado e nem realizaram uma análise entre elas, é possível inferir que a limitação acerca do Conhecimento Comum desse conteúdo limitasse igualmente os Conhecimentos Especializados do Conteúdo. Isso, em um contexto de prática de ensino, resultaria, de acordo com os estudos de Batanero, Díaz, Contreras & Roa (2013), em um ensino sem sentido, pois se os professores não abordam conceitos importantes a serem discutidos com os alunos, estes muito provavelmente se formam desconhecendo tais características.

Em relação a outras respostas apontadas, o professor

D apresentou algumas justificativas de conhecimentos básicos da relação entre as medidas, porém não houve um aprofundamento nas relações delas entre si. Salienta-se que ele foi o participante que mais se aproximou do nosso objetivo inicial ao relacionar as três medidas. O participante, inclusive, comenta uma característica importante quanto ao conceito de média. Esta se refere a uma das propriedades apontadas por Batanero (2000), com base em estudos de Strauss e Bichler (1988), na qual a média é influenciada por todos os valores do conjunto analisado (Figura 4). Isso sugere que esse docente detém alguns conhecimentos mais amplos acerca dos conteúdos quando comparado aos demais participantes.

Figura 4 - Resolução do Professor D da questão proposta

Empresa B. ① Nesta tabela a média não é muito importante ~~cozinha~~ ~~pois~~ ~~pois~~ ~~pois~~ pois se for uma empresa com 10 funcionários o diretor poderia receber 5500 e os demais 500. Assim, ~~iludindo~~ ~~o~~ ~~candidato~~ ~~x~~ Um valor muito alto em um conjunto de valores baixos desqualifica a média.

② A mediana sendo próxima da média indica que existe um equilíbrio entre os salários.

③ A moda próximo de média indica que esta é uma empresa democrática onde seus funcionários recebem salários próximos;

Fonte: Os autores.

Todavia, é importante ressaltar alguns pontos importantes que precisam ser revistos, por exemplo, se considerarmos a palavra equilíbrio, apresentada na justificativa do professor – a mediana sendo próxima da média indica que existe um *equilíbrio* entre os salários – se referindo à ideia de salários com valores próximos entre si. Ele não se atentou ao fato de que, mesmo que a média e a mediana sejam idênticas, os valores de cada um dos elementos podem estar bem dispersos dentro do conjunto de dados.

Nesta questão, por se tratar de uma situação que envolvia um contexto prático, os professores poderiam ter discutido e justificado suas escolhas apoiados nas medidas de tendência central e em uma análise da capacitação profissional da pessoa que está à procura do emprego. Por exemplo, na Empresa A, o fato de a média ser de grandeza maior do que as demais medidas nos possibilita inferir que nela há algum ou alguns salários altos que influenciam em seu valor e a elevam. Contudo, 50% dos funcionários recebem R\$ 1.600,00 ou menos. Essa situação seria interessante para aquele profissional à procura de um emprego que se considera muito bem qualificado para as funções e que deseja ter uma maior projeção de salários em sua carreira. Em contrapartida, se o profissional não julgar que suas competências profissionais são as mais adequadas, com uma maior chance de garantir um melhor salário, optaria pela Empresa B, pois metade dos empregados recebem R\$ 1.900

reais ou menos. Além disso, o fato da média e da moda serem próximas da mediana na Empresa B, quando em comparação com a Empresa A, sugere-nos que, provavelmente, naquela empresa os salários são mais próximos entre si.

5 Conclusão

Os resultados apresentados indicam que o grupo de professores, de modo geral, não domina suficientemente Conhecimentos Comuns do Conteúdo, na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008). Percebemos que alguns conhecimentos necessitariam ser ampliados entre os docentes. Isso ficou evidenciado quando os professores não apresentaram argumentações que levassem em conta a relação entre as medidas para a tomada de decisão na situação-problema proposta. A maioria deles tomou a decisão apoiando-se na análise dos valores das medidas de forma isolada e, mesmo aqueles que tentaram relacionar os valores de tendência central entre si, não consideraram um espectro mais amplo.

Não foi observado entre os participantes haver comparação entre o conjunto de medidas das três situações contidas na questão. Apesar de nenhum dos professores ter considerado outro aspecto como, por exemplo, a qualificação profissional da pessoa que estivesse à procura de emprego, acreditamos que, em um contexto de sala de aula, essa estratégia seria interessante para aproximar a problemática proposta a uma situação mais prática, o que poderia favorecer os processos de ensino e de aprendizagem dessa temática.

Tais resultados nos ajudaram a planejar a sessão em que discutiríamos o fato de que uma medida de tendência central vista isoladamente nem sempre possibilita tomar a melhor decisão. Durante essa sessão além de discutir a situação aqui apresentada aproveitamos para analisar outras situações que poderiam estar presentes no cotidiano nas quais observaríamos a necessidade de análise das relações estabelecidas entre essas medidas. Além disso, buscamos exemplos para mostrar que, em alguns casos, essas medidas seriam insuficientes.

Por fim, ressaltamos que os resultados apontados foram obtidos no início do nosso estudo. Entretanto, ao final do processo formativo, já se observava uma superação, por parte dos professores, de algumas das limitações aqui identificadas.

Referências

- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *J Teacher Educ*, 59, (5), 389-407. doi: 10.1177/0022487108324554.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno. Rev Didáctica Matem*, 25, 41-58.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. & Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Rev Didáctica Matem* 83, 7-18.
- Brasil. Ministério da Educação. (2006). *Orientações curriculares para o ensino médio. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC.

Brasil. Ministério da Educação (1998). *Parâmetros curriculares nacionais (5ª a 8ª séries). Matemática*. Brasília: MEC.

Carvalho, J.I.F. (2011) *Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

São Paulo. Secretaria da Educação do Estado (2012). *Relatório do sistema de avaliação do rendimento escolar do estado de São*

Paulo. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado.

Stella, C. A. (2004). *O conceito de média. Problemas de construção x problemas tradicionais*. Comunicação apresentada no VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife.

Strauss, S. & Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *J Res Mathem. Educ.*, 64-80.