DOI: http://dx.doi.org/10.17921/2176-5634.2018v11n3p261-269

O Conceito de Área num Processo de Formação de Professores dos Anos Iniciais

The Concepto of Area in a Processo of Teacher Formation in the Initial Years

Jacqueline Oliveira de Melo Gomes[a]; Maria Elisa Esteves Lopes Galvão[b]; Angélica da Fontoura Garcia Silva[bc]*

[a]Faculdade de Formação de Professores da Mata Sul. PE, Brasil.
[b]Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação Matemática. SP, Brasil.
[c]Unopar, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Metodologias para Ensino de Linguagens e suas Tecnologias. PR, Brasil.
*E-mail: angelicafontoura@anhanguera.com

Resumo

Este trabalho tem a finalidade de investigar as estratégias utilizadas por professores que lecionam para os anos iniciais, quando calculam áreas de polígonos, construídos ou não em malha quadriculada. Trata-se de pesquisa qualitativa realizada no âmbito de um processo de formação e pesquisa. A pesquisa foi desenvolvida no âmbito do projeto Observatório da Educação, com a participação de um grupo de 30 professores que lecionam Matemática na rede pública estadual de São Paulo, Brasil. As atividades foram propostas e conduzidas por pesquisadores, mestrandos e doutorandos do programa de pós-graduação da universidade. A análise dos dados, coletados pela aplicação de questionário diagnóstico na etapa inicial do processo de formação, apoiou-se em autores que estudam questões didáticas relativas ao conceito de área e às estratégias utilizadas para o seu cálculo e em estudos sobre o conhecimento profissional docente. As respostas dos professores indicaram o predomínio da abordagem do conceito apoiada na malha quadriculada e a utilização de estratégias diversas para o cálculo de áreas.

Palavras-chave: Polígonos. Malha Quadriculada. Formação de Professores.

Abstract

This work has the purpose of investigating the strategies used by teachers who teach for the initial years, when calculating areas of polygons, whether or not built in checkered mesh. It is a qualitative research carried out within a process of formation and research. The research was developed within the scope of the Observatory of Education project, with the participation of a group of 30 teachers who teach Mathematics in the state public network of São Paulo, Brazil. The activities were proposed and conducted by researchers, masters and doctoral students of the university's postgraduate program. The analysis of the data, collected by the application of a diagnostic questionnaire in the initial stage of the training process, was supported by authors who study didactic issues related to the concept of area and the strategies used for its calculation and in studies on professional teacher knowledge. The teachers' responses indicated the predominance of the concept approach supported in the check grid and the use of different strategies for the calculation of areas.

Keywords*: Polygons. Check Grid. Teacher Training.*

1 Introdução

Este artigo tem o propósito de apresentar um estudo desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo e vinculado ao Observatório da Educação, um projeto de pesquisa e formação financiado pela CAPES/MEC. Esse projeto se propôs a constituir um grupo colaborativo de pesquisadores, pós-graduandos e professores que ensinam Matemática, para analisar os resultados das mudanças promovidas na prática docente por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental motivados a aprimorá-la.

Um dos módulos de formação visou à promoção de reflexões sobre os processos de ensino e aprendizagem de conceitos concernentes a área. A coleta de dados para este artigo foi feita durante esse módulo da formação, considerando um recorte das atividades iniciais, cujo objetivo foi investigar o conhecimento e as concepções dos professores a respeito da utilização do quadrado como unidade de medida de área e também observar as estratégias ao calcular área de polígonos construídos em malha quadriculada da medida de área. A avaliação desses resultados preliminares orientou o planejamento do processo formativo. Ao longo do processo de formação, observamos a necessidade de discutir os limites e as possibilidades da utilização do quadrado como unidade de medida e a ampliação dos conhecimentos acerca das possibilidades de cálculo de área por composição e decomposição ou pela mobilização, com compreensão, das fórmulas de área.

2 Relevância e Fundamentação Teórica

Teoricamente, fundamentamos nossa investigação tanto em pesquisas voltadas para questões didáticas sobre o objeto matemático área, como em estudos que investigam a formação de professores. Quanto ao primeiro enfoque, nos apoiamos em estudos de Baturo e Nason (1996), Clements e Stephan (2004); Herbst (2005); Kamii e Kysh (2006); Kospentaris, Spyrou e

Lappas (2011) e Nunes, Light e Mason (1993). Em relação à formação de professores, nos respaldamos nos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) e de Shulman (1986), que discutem o conhecimento profissional docente.

A construção do conceito de área e a importância da unidade de medida são analisadas nas pesquisas que tratam das questões didáticas, nas quais também são apontados recursos baseados na utilização da malha quadriculada e na composição/decomposição de figuras, do ponto de vista visual ou operacional, que inclui o uso de fórmulas. São também consideradas as transformações geométricas, ou seja, a invariância ou equivalência de áreas sob a ação das transformações. Nos estudos já citados, os vários autores discutem dificuldades observadas em atividades – desenvolvidas por alunos ou professores – que podem vir a comprometer os processos de ensino e de aprendizagem do cálculo de área.

Clements e Stephan (2004) consideram que a construção do conceito de área não é trivial, afirmam ser preciso que o estudante entenda várias ideias matemáticas envolvidas nesse processo. Segundo os autores, é preciso compreender a unidade de medida, a preservação da área por congruência, o cálculo da área da reunião de figuras, a equivalência de áreas e a habilidade em trabalhar com composição e decomposição de figuras e suas respectivas áreas. Trata-se de um conceito complexo, iniciado com a extensão da unidade linear de medida, associada à régua, para uma situação bidimensional, para a qual não se apresenta um instrumento, e deve ser levado até à ideia de aproximação, considerando malhas quadriculadas com unidades cada vez menores.

Nunes, Light e Mason (1993) estudaram, em dois experimentos, as habilidades dos alunos para resolver problemas relacionados a medidas de comprimento e área, usando instrumentos conhecidos ou não convencionais (barbantes, lajotas). Para a medida de áreas, apontaram que a ausência de um instrumento como os utilizados para medir comprimento é a primeira dificuldade a ser superada, e as atividades foram conduzidas no sentido de deixar clara essa dificuldade. Sua pesquisa envolveu cerca de 100 alunos entre 8 e 10 anos, provenientes de duas diferentes escolas inglesas, que já tinham alguma experiência com áreas de retângulos em quadriculados ou calculadas com o produto das medidas do comprimento e largura. Os alunos podiam usar réguas graduadas e dois tipos de peças, na forma de quadrados de 1 cm de lado e barras correspondentes a 10 desses quadrados reunidos, formando uma barra retangular com 10 cm de comprimento e 1 cm de largura. Os alunos mais bem-sucedidos nas avaliações de área solicitadas se utilizaram adequadamente das peças disponíveis. Metade dos alunos envolvidos na pesquisa produziu a solução baseada na multiplicação do número de peças de cada fila pelo número de filas necessárias para a composição da figura. Os resultados do estudo apontam para a necessidade de se considerar tanto as dificuldades conceituais quanto as relacionadas às práticas de medição com instrumentos, quando tratamos de comprimentos ou áreas.

Kamii e Kysh (2006) trabalharam com dois grupos de estudantes que realizaram diferentes tarefas e foram entrevistados com o objetivo de investigar se os participantes consideravam o quadrado unitário como unidade de medida e se o utilizavam para construir um recobrimento de uma figura cuja área deveria ser calculada. Observaram que o cálculo da área de um retângulo como comprimento x largura é usualmente introduzido nos anos iniciais, e a recomendação de pesquisadores, nesse estágio, é que se utilize o recobrimento do retângulo utilizando quadrados unitários. Na prática, entretanto, as avaliações indicam que metade dos participantes não utiliza essa estratégia, e as pesquisadoras verificaram que o quadrado unitário não é considerado a unidade de medida e também não é utilizado para construir decomposições de figuras geométricas simples.

Kospentaris et al. (2011) estudam as dificuldades dos alunos, relacionadas à conservação de área. Os pesquisadores relatam a aplicação de seis tarefas de avaliação dos conhecimentos e das estratégias de soluções de problemas relativos a áreas de figuras planas, propostos para estudantes pré-universitários e universitários. Os autores constatam a importância da visualização e as confusões com as congruências e as equivalências de áreas. Afirmam que "o particular tipo das figuras comparadas parece afetar a compreensão da invariância da área. Embora os estudantes aceitem a conservação da área em paralelogramos, eles enfrentam dificuldades no caso dos triângulos" (pp.106-107, tradução nossa)[1]. Nesse sentido, estudos como os de Baturo e Nason (1996) também detectaram lacunas dos estudantes de um curso de formação de professores quanto à compreensão das ideias relacionadas à medida de áreas. Foram destacados três aspectos nessa investigação: a compreensão sobre a natureza do discurso matemático, o seu conhecimento relativo à importância social da matemática e seu interesse pela matemática. Os estudantes foram entrevistados individualmente durante o trabalho em um conjunto de oito tarefas especialmente desenvolvidas para a pesquisa. O estudo verificou que o repertório de conhecimento concreto dos estudantes é bastante restrito, e detectou dificuldades em relacionar as regras ou as fórmulas com experiências concretas. A análise dos dados evidenciou que os estudantes não tinham um domínio dos conceitos, dos processos e dos princípios, que lhes permitisse examinar padrões, trabalhar com problemas e formular generalizações. Para eles, muitas das ideias da matemática tinham pouca ou nenhuma ligação com os objetos reais e só poderiam ser representadas simbolicamente.

---

1 The particular type of compared figures seen to have an effect on the understanding of the area invariance: although students accept the conservation in parallelograms, they face difficulties in the case of triangles. (Kospentaris et al., 2011, pp.106-107)

Herbst (2005) examinou o papel do raciocínio na resolução de um problema de equivalência de áreas de regiões triangulares e pôde descrever, a partir da análise dos dados de sua pesquisa, quatro diferentes concepções para essa equivalência: elas vão desde uma concepção "empírica" até uma concepção "teórica", baseada no tratamento da área como uma quantidade. As concepções intermediárias passam pela igualdade de áreas, baseada em congruência, e igualdade de áreas, comparando dimensões. Os alunos já tinham experiências prévias de cálculo de áreas de figuras num quadriculado ou usando fórmulas.

As pesquisas apontam, portanto, que os problemas no trabalho com áreas ocorrem nos vários níveis de escolaridade. Vamos, neste artigo, tratar dos resultados da pesquisa sobre as estratégias utilizadas pelos participantes, ao resolverem situações propostas em um processo formativo.

Vários dos aspectos destacados pelas pesquisas foram considerados, para orientar a discussão, nas intervenções com os professores, a respeito do conceito de área e das possibilidades para exploração dos vários aspectos relativos a esse conceito.

Ponderamos, assim como Shulman (1986), que o processo de formação de um professor que precisa ensinar uma determinada disciplina deve considerar, sobretudo, as especificidades próprias da área. Para este autor, é necessário que se investigue o conhecimento desse professor na área em que vai atuar. Assim, esta pesquisa apoia-se em Shulman (1986) para compreender o processo de aprendizagem docente que trata o conhecimento pedagógico da disciplina, partindo de análises referentes ao "pensamento do professor" e ao "conhecimento do professor".

Os estudos de Shulman (1986) foram ampliados por Ball, Thames e Phelps (2008), que apresentam os domínios necessários para o ensino de Matemática e suas vertentes:

- *Conhecimento do conteúdo da disciplina*: conhecimento do conteúdo comum (CCK); conhecimento horizontal do conteúdo (HCK) e conhecimento especializado do conteúdo (SCK).
- *Conhecimento pedagógico do conteúdo*: conhecimento do conteúdo e dos estudantes (KCS); conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT) e conhecimento do currículo (KCC).

Neste artigo, analisaremos as vertentes do *conhecimento do conteúdo comum* e do *conhecimento pedagógico do conteúdo matemático*: *conhecimento do conteúdo e do ensino*.

Para Ball, Thames & Phelps (2008), o Conhecimento do Conteúdo Comum (CCK) diz respeito à habilidade do professor para resolver problemas em um contexto qualquer. Para os autores, o domínio desse tipo de conhecimento é o que permite resolver com correção, detectar um erro em determinada resolução, como, por exemplo, ao calcular a área ou o perímetro de uma figura plana.

Para Ball, Thames & Phelps, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) estabelece uma relação entre a compreensão do conteúdo específico e das questões pedagógicas para o ensino. Segundo os autores, nessa categoria de conhecimento é possível considerar a forma como o professor planeja o ensino de determinado conteúdo: a sequência; as instruções; a escolha de um bom exemplo para introduzir o tema; o modo de aprofundamento; a escolha de situações para exemplificar, de representações a serem utilizadas, das vantagens e desvantagens para o ensino. Em resumo, esse tipo de conhecimento está ligado à habilidade docente para ensinar um conceito. Para o tema aqui discutido, podemos destacar, como exemplos dessa categoria, o conhecimento, pelo educador, das limitações decorrentes da proposta de utilizar predominantemente quadriculados para o cálculo de área, e a percepção da necessidade de promover o ensino, considerando também outras formas de cálculo, como a equivalência, a composição e a decomposição. É importante destacar ainda que Ball, Thames &Phelps (2008) consideram que os conhecimentos por eles categorizados estão relacionados entre si, e faz-se necessário ao professor, portanto, "desempacotar a Matemática", ou seja, selecionar os elementos específicos da ciência para tornar suas características aparentes aos seus alunos.

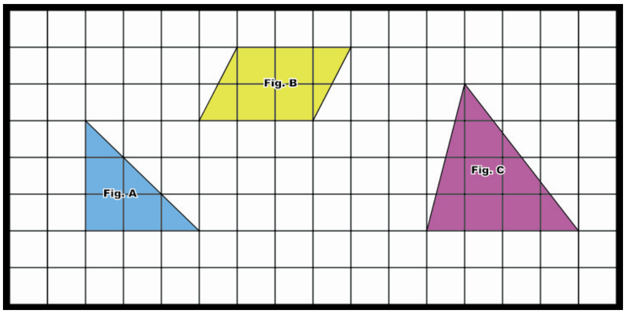
Nesse sentido, consideramos relevante, para o conteúdo e para o ensino de área de figuras planas, que os professores que lecionam para os anos iniciais dominem o conhecimento das diferentes estratégias para calcular área.

3 Sobre a Metodologia de Pesquisa

A pesquisa aqui descrita é de natureza qualitativa. Para coleta de dados, foi aplicado um questionário inicial aos 30 professores participantes do módulo que discutiu o tema. Acreditávamos que as respostas permitiriam identificar suas concepções sobre o conteúdo "área e perímetro de figuras planas" e sobre o ensino de tal temática a estudantes dos anos iniciais. O questionário continha 16 questões que tratavam de conceitos de área e perímetro. Procuramos apresentar aos docentes itens que pudessem nos dar indícios sobre o grau de conhecimento do conteúdo específico e também sobre os conhecimentos pedagógicos necessários para o ensino desse tema. Para este artigo, analisaremos, dentre as questões propostas para os professores na atividade inicial de formação, 5 referentes ao conceito de área.

- Na primeira questão solicitamos que o professor comentasse sobre o significado de superfície e área, ou seja, buscamos informações a respeito das suas concepções sobre ambos os conceitos.
- Na segunda e na terceira questões fornecemos polígonos em uma malha quadriculada unitária e solicitamos a área de cada figura. As figuras foram escolhidas de forma que a área pudesse ser obtida por decomposição.

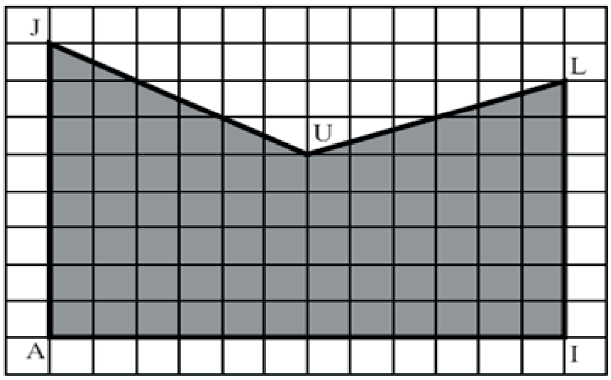
Figura 1 - Questão 2



Fonte: Acervo Observatório da Educação

- Na terceira questão aqui analisada, apresentamos aos docentes um terreno representado na malha quadriculada como o polígono JULIA. Solicitamos que encontrassem a área, supondo que a área de cada quadradinho da malha correspondesse a 5 cm2.

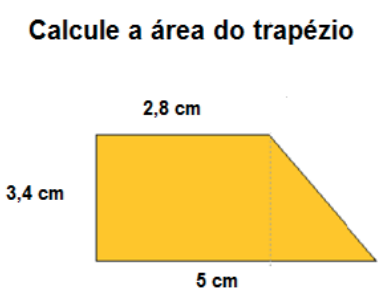
Figura 2 - Questão 3



Fonte: Acervo Observatório da Educação

- Na quarta questão pedimos que calculassem a área do trapézio a seguir, cujas dimensões não permitiam o uso imediato de uma decomposição associada a um quadriculado ou a uma unidade de área

Figura 3 - Questão 4



Fonte: Acervo Observatório da Educação

Com a escolha dessas questões, pretendemos ter manifestas não apenas as concepções do professor sobre superfícies e áreas, mas também as possibilidades de recursos estratégicos por eles mobilizados para o cálculo de áreas propostas de maneira diversa, associadas ou não a um quadriculado.

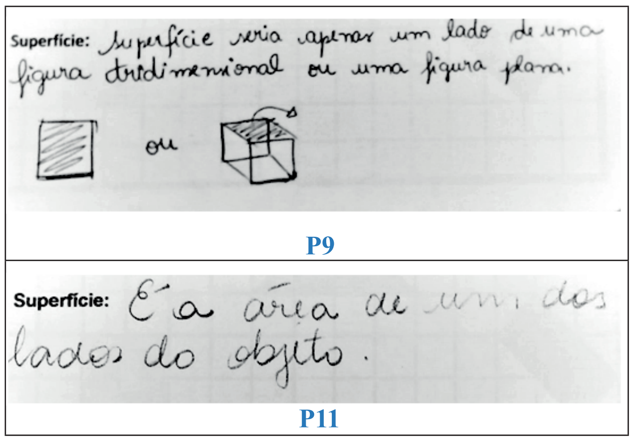
4 Análise dos Dados

Na análise das respostas apresentadas para o questionamento sobre a definição de superfície e área, os registros nos protocolos dos participantes deste estudo revelaram dificuldades de compreensão do conceito de superfície: alguns a confundem com a área e, para outros, a área como medida é relacionada com a fórmula. A área é frequentemente identificada com o "número de quadrados" que pode ser associado a uma decomposição da região a ser medida.

Dentre os 30 sujeitos pesquisados, 11 apresentaram ideias corretas quanto ao significado de superfície, 5 expuseram noções próximas ao significado e os demais se mostraram inconsistências em suas respostas em relação ao conceito em estudo, como podemos verificar a seguir.

Dentre os participantes, 12 professores mencionaram objetos tridimensionais, como revela a Figura 4, com reproduções dos protocolos P9 e P11.

Figura 4 - Protocolos P13 e P11

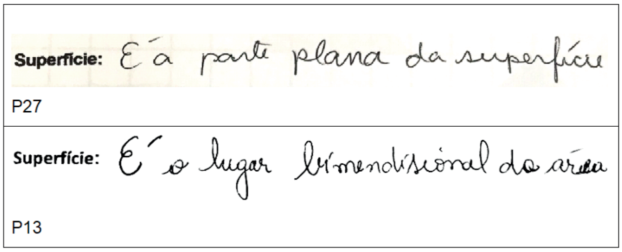


Fonte: Acervo Observatório da Educação

Observamos que 40% dos professores (12 deles) explicitaram a definição de superfície se referindo à ideia de tridimensionalidade, o que pode ser explicado, por exemplo, pelo fato de que documentos oficiais, como os PCN (Brasil, 1997), orientam que a abordagem inicial da geometria nos anos iniciais se dê por meio da utilização de modelos tridimensionais. Porém, embora se possa inferir que esses 12 professores, atendendo às orientações curriculares, apresentem a geometria a partir de objetos do cotidiano dos estudantes, é possível que não tenham muito domínio sobre a transição do estudo dos objetos espaciais para os planos.

Diferentemente dos professores anteriores, outros 11 participantes têm a concepção de que uma superfície é sempre plana – não consideram como superfície, por exemplo, a superfície de uma esfera (Figura 5).

Figura 5 - Protocolos P27 e P13



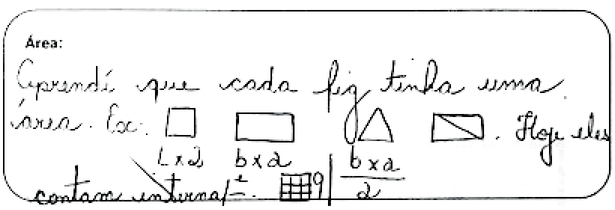
Fonte: Acervo Observatório da Educação

Observamos aqui que o conceito apresentado por esses professores se aproxima da ideia de superfície, todavia fica restrita ao plano – eles não levam em conta os objetos tridimensionais.

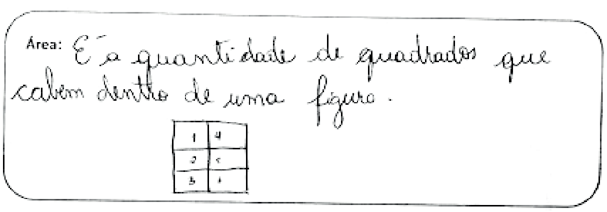
Além dessas respostas, sete professores apresentaram outras definições inconclusivas: para dois deles, superfície é o mesmo que área; para outro, área é parte da superfície; e para outros, ainda, é a medida da parte plana, da parte externa, da parte interna da figura.

Em relação à área, sete dos professores a apontaram como a medida da superfície. Treze deles optaram por uma resposta informal ou pouco precisa: referiram-se ao espaço interno da figura, à medida da parte interna, e um deles desenhou um retângulo, destacando seu interior. Seis professores se referiram às fórmulas de área, enquanto quatro deles relacionaram a área ao processo introdutório para o conceito associado à decomposição da figura em quadradinhos (Figura 6).

Figura 6 - Protocolos P18 e P13



P18



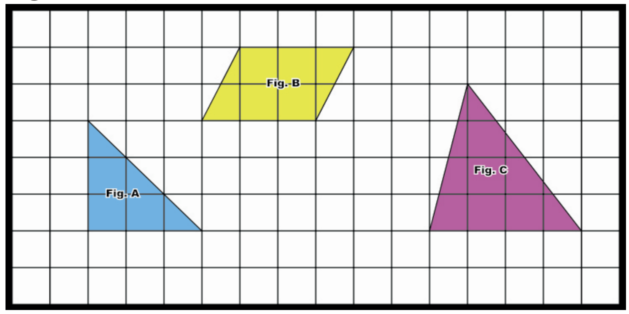
P13

Fonte: Acervo Observatório da Educação

Em resumo, observamos uma diversidade de concepções de superfície e de como encontrar a sua área, e buscamos detalhá-las com mais clareza nas demais atividades.

Considerávamos que a segunda questão – em que solicitamos a área de polígonos inscritos em uma malha quadriculada unitária – seria respondida de forma acertada pela totalidade dos professores.

Figura 7 - Questão 2



Fonte: Acervo Observatório da Educação

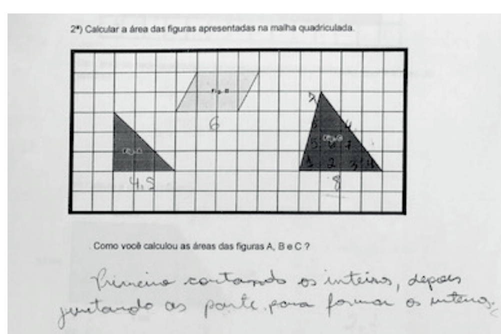
Os participantes, em geral, não associaram, na Figura 7, a figura A à metade de um quadrado, mas consideraram a figura B como equivalente ao retângulo, por composição/decomposição, tomando como congruentes, informalmente, as regiões que utilizaram para formar uma unidade de área. Já para a figura C foi considerada a estratégia de completar os quadrados para posterior contagem, usando uma decomposição/composição local. Entendemos que o objetivo foi sempre utilizar o quadrado do quadriculado como a unidade de medida. Nenhum participante fez menção a fórmulas ou recorreu a elas para responder a esta questão. Os dados dos protocolos resumidamente descritos no Quadro 1 nos indicam as principais estratégias identificadas nas soluções, exemplificadas na Figura 8.

Quadro 1 - Principais estratégias identificadas

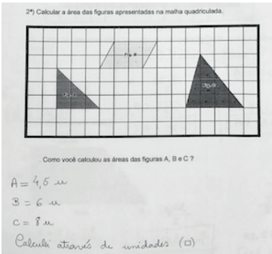
<table>
<tr><td colspan="3">19 professores indicaram corretamente a medida de área das três figuras. Dentre eles, 18 apresentaram indícios de que obtiveram o resultado por meio da contagem dos quadrados e apontaram implícita ou explicitamente a composição informal como justificativa.</td></tr>
<tr><td>14</td><td colspan="2">5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Indicaram que obtiveram resultado por meio da contagem dos quadrados. (Figura 8 - P5)</td><td colspan="2">Não descreveram a estratégia, fizeram somente anotações na figura.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Apresentaram indícios da contagem. (Figura 8 – P21)</td><td>Não deixou indícios da estratégia utilizada.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Dentre esses professores apenas uma indicou na resposta a unidade de medida (u). Os outros 18 professores não fizeram qualquer indicação (Figura 8 – P10)</td></tr>
</table>

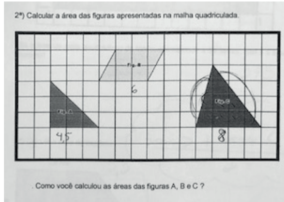
Fonte: Acervo Observatório da Educação

Figura 8 - Protocolos P5, P2 e P10



P5


P10


P21

Fonte: Acervo Observatório da Educação

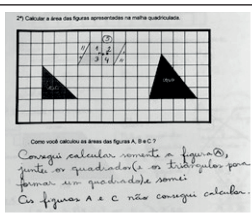
Por outro lado, o Quadro 2 nos dá as indicações sobre as demais respostas para as áreas das Figuras A, B e C, exemplificadas na Figura 9.

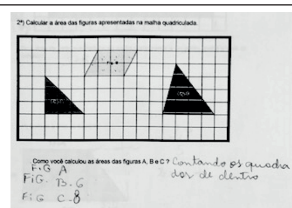
Quadro 2 - Resumo das Justificativas

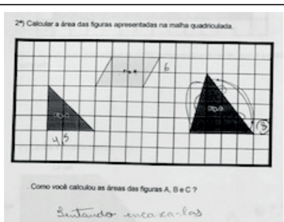
<table>
<tr><th colspan="6">11 professores não indicaram corretamente a medida de área das três figuras.</th></tr>
<tr><th colspan="3">Figura A</th><th colspan="3">Figura B</th></tr>
<tr><th>5</th><th>5</th><th>1</th><th colspan="2">10</th><th>1</th></tr>
<tr><td>Indicação correta 4,5 Figura 9 P1</td><td>Branco -1 com indícios de contagem Figura 9 P3</td><td>Considera metade de 4,5 Figura 9 P9</td><td colspan="2">Indicação correta 6 Figura 9 P1</td><td>Indica 5 Figura 9 P3</td></tr>
<tr><th colspan="6">Figura C</th></tr>
<tr><th colspan="2">2</th><th colspan="2">4</th><th colspan="2">5</th></tr>
<tr><td colspan="2">Indicam 8 Figura 9 P1</td><td colspan="2">Indicam 7,9</td><td colspan="2">Branco ou só indícios de contagem</td></tr>
<tr><td colspan="6">8 apresentaram justificativas baseadas na contagem</td></tr>
</table>

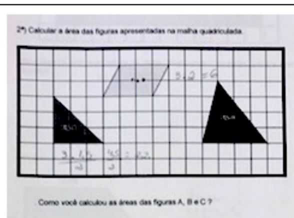
Fonte: Acervo Observatório da Educação

Figura 9 - Protocolos P3, P8, P1 e P9


P3


P8


P1

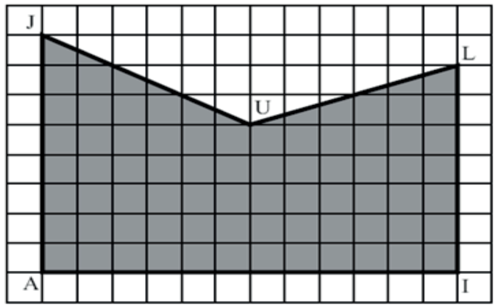

P9

Fonte: Acervo Observatório da Educação

Os demais professores também utilizaram o encaminhamento da contagem como estratégia para o cálculo da área; entretanto, para as Figuras A e C, encontramos 5 respostas em branco. O maior número de acertos foi relacionado à Figura B, que é um exemplo encontrado frequentemente nos textos didáticos. Tais respostas lançam dúvidas sobre a consolidação do conceito e do cálculo de área por alguns desses professores. Mostram, igualmente, dificuldades relacionadas às estratégias utilizadas para o cálculo da área com o quadriculado, deixando pontos vulneráveis que poderiam levar os alunos a formar ideias incompletas ou incorretas sobre esse conceito. Reiteramos que a maioria dos professores adotou a estratégia já descrita anteriormente aqui, ou seja, a solução ficou restrita aos dados provenientes do quadriculado, e não foram observadas outras propriedades das figuras cujas áreas estavam calculando.

Respostas semelhantes foram identificadas na terceira questão, na qual encontramos, novamente, o cálculo da área solicitado, baseado na contagem dos quadradinhos.

Figura 10 - Questão 3



Fonte: Acervo Observatório da Educação

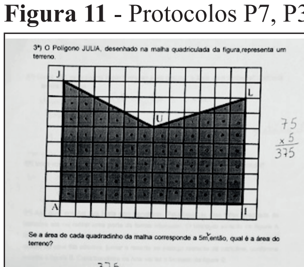
As mesmas estratégias foram identificadas na resolução da terceira questão (Quadro 3, Figura 11): os professores não consideraram a unidade de referência (5 cm^2 cada quadradinho) dada no enunciado.

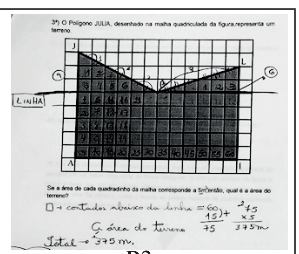
Quadro 3 - Síntese dos resultados apresentados

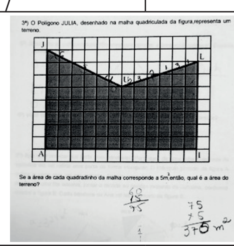
<table>
<tr><th colspan="3">29 professores indicaram corretamente e encontraram o valor 375.</th></tr>
<tr><th>15</th><th>7</th><th>7</th></tr>
<tr><td>Não indicaram unidade de medida (Figura 11 – P7)</td><td>Apresentaram o metro como unidade de medida de área (Figura 11 – P3)</td><td>Indicaram acertadamente 375 m^2 (Figura 11 – P23)</td></tr>
</table>

Fonte: Acervo Observatório da Educação

Figura 11 - Protocolos P7, P3 e P23


P7

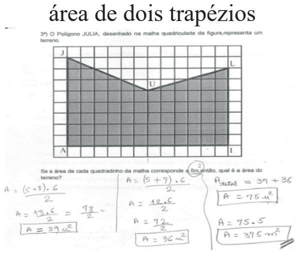
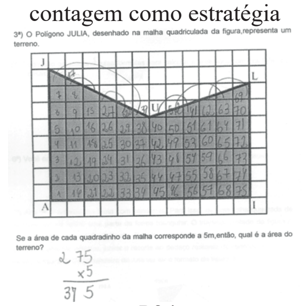

P3


P23

Fonte: Acervo Observatório da Educação

Nas soluções corretas, exceto em uma (na qual foi usada a fórmula), os participantes usaram como justificativa a contagem implícita ou explicitamente associada à decomposição/composição informal.

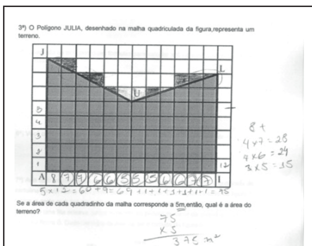
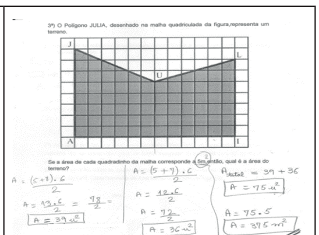
Figura 12 - Protocolos P10 e P24

Estratégias Utilizadas	
Cálculo de área	**Contagem**
A professora P10 calculou a área de dois trapézios  P10	Os professores utilizaram contagem como estratégia  P24

Fonte: Acervo Observatório da Educação

Nos exemplos selecionados na Figura 12, destacamos as principais estratégias utilizadas. No protocolo P24, repete-se a identificação de partes da figura (assinaladas as correspondências) que compõem um quadrado do reticulado, para chegar à contagem final dos quadradinhos. No protocolo P3 observamos, como organizadora da contagem, uma decomposição do polígono em um retângulo e dois triângulos, mas a identificação anterior também é encontrada para o cálculo da área dos triângulos.

Figura 13 - Protocolos P12 e P10

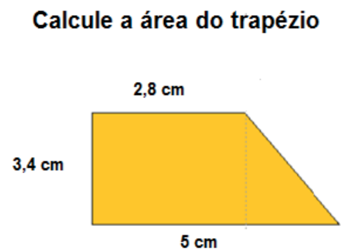
 P12	 P10

Fonte: Acervo Observatório da Educação

Na Figura 13, destacamos do protocolo P12 a única tentativa de identificar triângulos retângulos e relacionar suas áreas às metades dos retângulos correspondentes. No protocolo P10, há a única solução apresentada como a soma das áreas de dois trapézios, cujas áreas foram calculadas usando a fórmula.

Na quarta questão, solicitamos que os participantes calculassem a área do trapézio a seguir, cujas dimensões não permitiam o uso imediato de uma decomposição associada a um quadriculado ou a uma unidade de área.

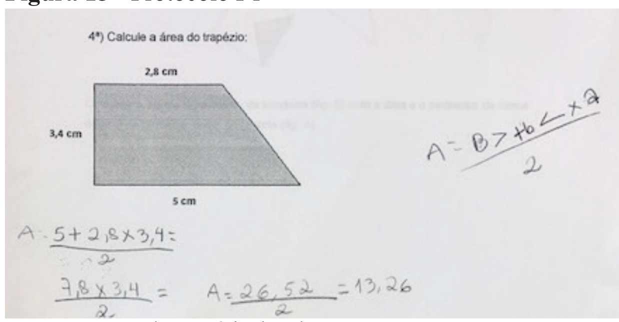
Figura 14 - Questão 4



Fonte: Acervo Observatório da Educação

A metade (15) dos participantes optou pelo uso da fórmula, uma vez que a figura geométrica estava identificada com um trapézio; dentre eles, sete apresentaram algum equívoco na representação da fórmula, mas fizeram os cálculos corretamente (Figura 15 – protocolo P1).

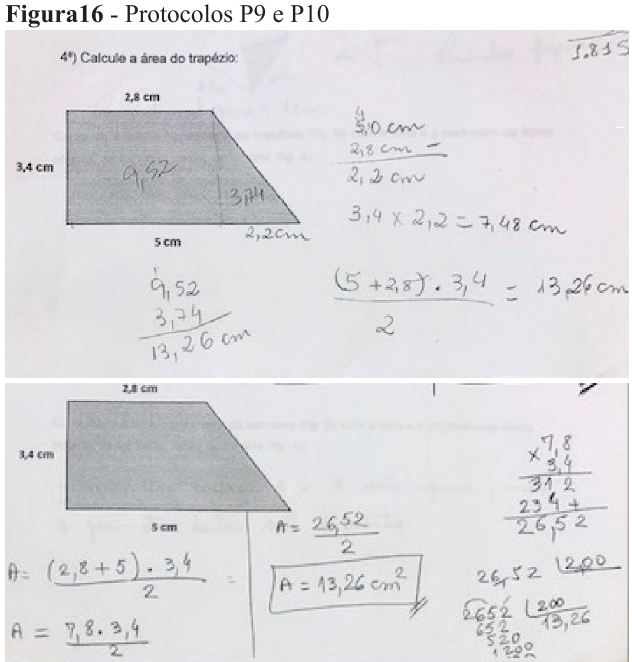
Figura 15 - Protocolo P1



Fonte: Acervo Observatório da Educação

Dentre os oito que representaram a fórmula corretamente, dois apresentaram também uma solução alternativa, usando a decomposição do trapézio em um retângulo e um triângulo retângulo (Figura 16 – Protocolos P9 e P10).

Figura16 - Protocolos P9 e P10

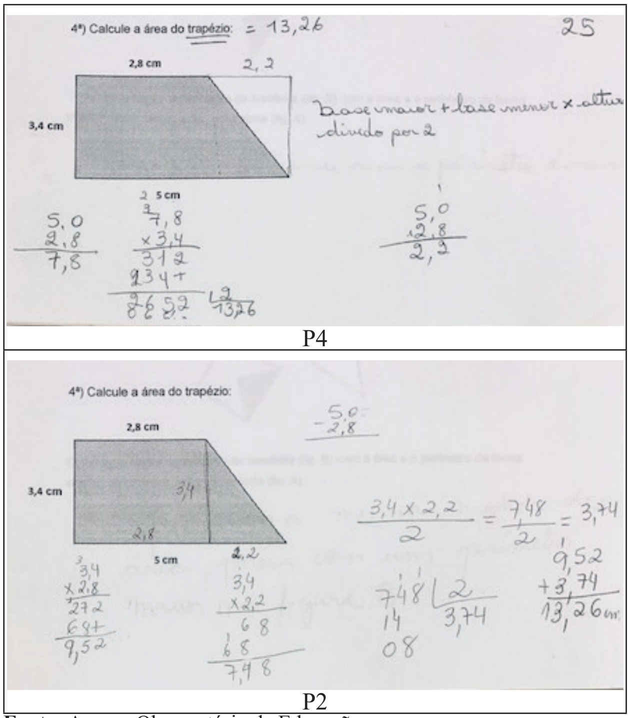


Fonte: Acervo Observatório da Educação

Sete participantes registraram somente as operações;

dentre esses, dois (Figura 17- P4) fizeram o cálculo que reproduz a fórmula da área do trapézio e cinco (Figura 17 - P2) efetuaram cálculos associados à decomposição da figura.

Figura 17: Protocolos P4 e P2



Fonte: Acervo Observatório da Educação

Três participantes apresentaram apenas o valor da área; dentre esses, dois revelaram indícios de decomposição. Em cinco protocolos, há alguma iniciativa de decomposição, sem explicitação de resposta. Diferentemente das situações anteriores, provavelmente em razão de o enunciado destacar que a figura era um trapézio, a fórmula da área foi utilizada por quase todos os participantes. A informação sobre a fórmula foi compartilhada pelos grupos de trabalho.

Em síntese, neste estudo, diferentemente do que constataram Nunes, Light e Mason (1993), nenhum professor utilizou efetivamente a estrutura retangular para o cálculo da área, quando isso era possível. O quadrado do quadriculado foi sempre utilizado como medida de área. Alguns dos professores demonstraram ter o que Herbst (2005) chama de concepções intermediárias, que passam pela igualdade de áreas baseada em congruência. Da mesma forma que Baturo & Nason, os professores participantes do nosso estudo também mostraram dificuldades ao relacionar as fórmulas às correspondentes figuras geométricas. Superando os resultados da pesquisa de Kamii & Kysh (2006), a utilização do quadriculado para o cálculo associada à estratégia informal de decomposição-composição predominou nas resoluções dos participantes.

Analisando os dados do ponto de vista de Ball, Thames e Phelps (2008), consideramos que as dificuldades detectadas em relação ao conteúdo podem repercutir no ensino, em razão das limitações dos recursos utilizados pelos professores, e essas dificuldades podem estar relacionadas à pouca familiaridade com as estratégias disponíveis para o cálculo de área com malha quadriculada. Isso nos parece preocupante, uma vez que, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), o conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT) requer a interação do conhecimento matemático com o modelo da instrução. Nesse sentido, para que os professores sequenciem os fatos importantes relativos ao conteúdo área, decidam com que exemplos iniciar e com quais aprofundar, é necessário que consigam avaliar as vantagens instrucionais e as desvantagens de limitar o processo de cálculo apenas à contagem, e desconsiderar possibilidades alternativas.

5 Conclusão

A análise dos dados aqui apresentados nos leva a acreditar que as lacunas observadas no domínio desse conteúdo específico implicariam em lacunas nos conhecimentos para o seu ensino.

A apresentação das figuras em uma malha quadriculada levou os professores ao processo de contagem, em geral, sem considerar outras estratégias para o cálculo das áreas das figuras. A introdução do conceito de área, utilizando a unidade de medida, e a decomposição da figura, usando essas unidades, são adequadas, mas o processo exploratório das propriedades da função área deve ter continuidade, para que se estabeleça a articulação entre a unidade de medida, a equivalência, a decomposição, a composição das figuras e as fórmulas para a área de regiões especiais.

Entretanto, vale salientar que estes resultados se referem ao conhecimento profissional docente identificado nas atividades iniciais, antes da participação no processo de formação. Acreditamos que o processo formativo, que se voltou à discussão das dificuldades aqui evidenciadas, pode ter favorecido o enriquecimento dos conhecimentos dos participantes, tanto do ponto de vista pedagógico como de conteúdo.

Referências

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *J Teacher Educ*, *59*(5), 389-407.

Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educ Studies Mathem*, *31*(3), 235-268.

Brasil. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática* (142 pp.). Brasília: MEC/SEF.

Clements, D. H., & Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In D. H. Clements, & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics* (pp. 299-317). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates

Herbst, P. (2005). Knowing about equal area while proving a claim about equal areas. *Recherches en didactique des mathématiques*, *25*(1), 11-55.

Kamii, C., & Kysh, J. (2006). The difficulty of "length×width": Is a square the unit of measurement? *Journal of Mathematical Behavior*, (25), 105-115.

Kospentaris, G., Spyrou, P., & Lappas, D. (2011, May). Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks. *Educational Studies in Mathematics*, *77*(1), 105-127.

Nunes, T., Light, P., & Mason, J. (1993). Tools for thought: the measurement of lenght and area. *Learning and Instruction*, 3, 39-54.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.